**Введённые данные**

- 3·x1 - 5·x2 + x3 + x4 → min  
- 2·x1 + 3·x2 + x3 = 6  
- x1 + 3·x2 - 4·x4 = -3

**Ответ**

Функция не ограничена. Оптимальное решение отсутствует.

**Решение базовым симплекс-методом**

**Ищем начальное базисное решение:**  
Столбец 3 является частью единичной матрицы. Переменная x3 входит в начальный базис  
Ограничение 2 содержит равенство. Базисная переменная для этого ограничения будет определена позднее.  
  
**Начальная симплекс-таблица**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -3 | -5 | 1 | 1 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **b** |
| **x3** | -2 | 3 | 1 | 0 | 6 |
| **?1** | -1 | 3 | 0 | -4 | -3 |

**Ищем базис**  
В качестве базисной переменной ?1 берём x4. Делим строку 2 на -4.  
  
**Таблица:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -3 | -5 | 1 | 1 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **b** |
| **x3** | -2 | 3 | 1 | 0 | 6 |
| **x4** | 0.25 | -0.75 | 0 | 1 | 0.75 |

**Вычисляем дельты:** Δi = C3·a1i + C4·a2i - Ci

Подробный расчёт дельт

Δ1 = C3·a11 + C4·a21 - C1 = 1·(-2) + 1·0.25 - -3 = 1.25  
Δ2 = C3·a12 + C4·a22 - C2 = 1·3 + 1·(-0.75) - -5 = 7.25  
Δ3 = C3·a13 + C4·a23 - C3 = 1·1 + 1·0 - 1 = 0  
Δ4 = C3·a14 + C4·a24 - C4 = 1·0 + 1·1 - 1 = 0  
Δb = C3·b1 + C4·b2 - C5 = 1·6 + 1·0.75 - 0 = 6.75

**Симплекс-таблица с дельтами**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -3 | -5 | 1 | 1 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **b** |
| **x3** | -2 | 3 | 1 | 0 | 6 |
| **x4** | 0.25 | -0.75 | 0 | 1 | 0.75 |
| **Δ** | 1.25 | 7.25 | 0 | 0 | 6.75 |

**Проверяем план на оптимальность:** план **не оптимален**, так как Δ1 = 1.25 положительна.

Критерий оптимальности

План оптимален, если в таблице отсутствуют положительные дельты.

**Итерация 1**

Определяем *разрешающий столбец* - столбец, в котором находится максимальная дельта: 2, Δ2: 7.25  
Находим симплекс-отношения Q, путём деления коэффициентов b на соответствующие значения столбца 2  
В найденном столбце ищем строку с наименьшим значением Q: Qmin = 2, строка 1.  
На пересечении найденных строки и столбца находится *разрешающий элемент*: 3  
В качестве базисной переменной x3 берём x2.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -3 | -5 | 1 | 1 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **b** | **Q** |
| **x2** | -2 | 3 | 1 | 0 | 6 | 6 / 3 = 2 |
| **x4** | 0.25 | -0.75 | 0 | 1 | 0.75 | - |
| **Δ** | 1.25 | 7.25 | 0 | 0 | 6.75 |  |

Делим строку 1 на 3. Из строки 2 вычитаем строку 1, умноженную на соответствующий элемент в столбце 2.  
**Вычисляем новые дельты:** Δi = C2·a1i + C4·a2i - Ci

Подробный расчёт дельт

Δ1 = C2·a11 + C4·a21 - C1 = -5·(-0.66666) + 1·(-0.25) - -3 = 6.08333  
Δ2 = C2·a12 + C4·a22 - C2 = -5·1 + 1·0 - -5 = 0  
Δ3 = C2·a13 + C4·a23 - C3 = -5·0.33333 + 1·0.25 - 1 = -2.41666  
Δ4 = C2·a14 + C4·a24 - C4 = -5·0 + 1·1 - 1 = 0  
Δb = C2·b1 + C4·b2 - C5 = -5·2 + 1·2.25 - 0 = -7.75

**Симплекс-таблица с обновлёнными дельтами**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -3 | -5 | 1 | 1 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **b** | **Q** |
| **x2** | -0.66666 | 1 | 0.33333 | 0 | 2 | 2 |
| **x4** | -0.25 | 0 | 0.25 | 1 | 2.25 | - |
| **Δ** | 6.08333 | 0 | -2.41666 | 0 | -7.75 |  |

**Текущий план X:** [ 0, 2, 0, 2.25 ]  
**Целевая функция F:** -3·0 + -5·2 + 1·0 + 1·2.25 = -7.75  
**Проверяем план на оптимальность:** план **не оптимален**, так как Δ1 = 6.08333 положительна.

Критерий оптимальности

План оптимален, если в таблице отсутствуют положительные дельты.

**Итерация 2**

Определяем *разрешающий столбец* - столбец, в котором находится максимальная дельта: 1, Δ1: 6.08333  
Находим симплекс-отношения Q, путём деления коэффициентов b на соответствующие значения столбца 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -3 | -5 | 1 | 1 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **b** | **Q** |
| **x2** | -0.66666 | 1 | 0.33333 | 0 | 2 | - |
| **x4** | -0.25 | 0 | 0.25 | 1 | 2.25 | - |
| **Δ** | 6.08333 | 0 | -2.41666 | 0 | -7.75 |  |

Все значения столбца 1 неположительны.  
**Функция не ограничена. Оптимальное решение отсутствует**.